ثانوية الشهيد لقرع محمد الضيف بن لمام الرباح ولاية الوادي
السنة الدراسية : 2013/2012

تمارين الدعم / السلسلة رقم 2 ـــــــ المستوى :3ع ت + 3ر +3ت ر

من تقديم الأستاذ : بك علي

تمرين1 (بكالوريا 2012 : ع ت)

I) لتكن g الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=1-xe^{x}$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

2) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g، ثم شكل جدول تغيّراتها.

3) أ- بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاً وحيدا α على المجال $[-1;+\infty[$.

ب- تحقق أنّ $0,5<\alpha<0,6$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty;2]$ كما يلي: $f(x)=(x-1)e^{x}-x-1$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2) لتكن f' مشتقة الدالة f. بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;2]$ فإن: $f'(x)=-g(x)$

استنتج إشارة $f'(x)$ على المجال $]-\infty;2]$، ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة f.

3) بيّن أنّ $f(\alpha)=-\left(\dfrac{\alpha^2+1}{\alpha}\right)$، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$. (تُدوّر النتائج إلى 10^{-2}).

4) أ- بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-x-1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

ب- ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

5) أ- بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلّين x_1 و x_2 حيث $-1,6<x_1<-1,5$ و $1,5<x_2<1,6$.

ب- أنشئ (Δ) و (C_f).

تمرين2 (بكالوريا 2012 : ت ر)

I- g هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=-4+(4-2x)e^{x}$.

1- ادرس تغيرات الدالة g، ثم شكّل جدول تغيراتها.

2- بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث: $1,59<\alpha<1,60$.

3- استنتج إشارة $g(x)$.

II- f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{2x-2}{e^x-2x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. (وحدة الطول $2cm$).

1- بيّن أن (C_f) يقبل عند $-\infty$ و $+\infty$ مستقيمين مقاربين معادلتاهما على الترتيب $y=-1$ و $y=0$.

2- أ) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(e^x-2x)^2}$.

ب) استنتج إشارة $f'(x)$، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f.

جـ) احسب $f(1)$، ثم استنتج، حسب قيم x، إشارة $f(x)$.

3- أ) بيّن أنّ: $f(\alpha)=-1+\dfrac{1}{\alpha-1}$، حيث α هو العدد المعرف في السؤال 2 من الجزء I.

ب) استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2}).

جـ) ارسم (C_f).

4- ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد وإشارة حلول المعادلة: $2x-2=(e^x-2x)(m+1)$.

5- h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=[f(x)]^2$.

أ) احسب $h'(x)$ بدلالة كل من $f'(x)$ و $f(x)$، ثم استنتج إشارة $h'(x)$.

ب) شكّل جدول تغيرات الدالة h.

تمرين3 Bac Antilles Guyane juin 2008

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{9}{2}e^{-2x}-3e^{-3x}$

الجزء الأول :

نعتبر المعادلة التفاضلية (E) : $y'+2y=3e^{-3x}$

1) حل المعادلة التفاضلية (E') : $y'+2y=0$.

2) استنتج أن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=\dfrac{9}{2}e^{-2x}$ هي حل للمعادلة (E')

3) تحقق أن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=-3e^{-3x}$ هي حل للمعادلة (E).

4) بملاحظة أن $f=g+h$ ، بيّن أن الدالة f هي حل للمعادلة (E) .

الجزء الثاني :

نسمي c_f المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول $1cm$) .

1) أثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x)=3e^{-2x}\left(\dfrac{3}{2}-3e^{-x}\right)$.

2) عيّن نهاية f عند $+\infty$ ثم نهاية f عند $-\infty$.

3) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f وشكل جدول تغيّراتها .

4) عيّن نقط تقاطع المنحني c_f مع محوري الإحداثيات .

5) احسب $f(1)$ وارسم المنحني c_f .

تمرين4_(بكالوريا ع ت 2008)

I – نعتبر الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]-2,+\infty[$ كما يأتي :

$$f(x)=(ax+b)\,e^{-x}+1$$

حيث a و b عددان حقيقيان.

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ وحدة الطول $1cm$.

عين قيمتي a و b بحيث تكون النقطة $A(-1,1)$ تنتمي إلى (C_f) و معامل توجيه المماس عند A يساوي $(-e)$.

II – نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]-2,+\infty[$ كما يلي :

$$g(x)=(-x-1)\,e^{-x}+1$$

و (C_g) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق.

أ) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=1$ و فسر هذه النتيجة بيانيا.(نذكر أن $\lim\limits_{u\to-\infty} ue^{u}=0$)

ب) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم أنشئ جدول تغيراتها.

ج) بيّن أن المنحنى (C_g) يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين احداثييها.

د) اكتب معادلة المماس للمنحنى (C_g) عند النقطة I.

هـ) ارسم (C_g).

تمرين 5:

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة

على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x)=\dfrac{3e^{x}-1}{e^{x}+1}$

وليكن $(\mathcal{C}_f)$ المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم

متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ حيث: $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=2cm$

1. أ- بين أن : $f(-x)+f(x)=2$

أستنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مركز تناظر A ينبغي تحديد إحداثياته

ب- أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ (يمكن وضع : $t=e^x$) ؛

ثم استنتج أن $(\mathscr{C}_f)$ يقبل مقاربين ينبغي تحديد معادلتيهما .

جـ- أحسب $f'(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$ ؛ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f

2. أ- حدد معادلة ديكارتية للمماس (T) للمنحنى $(\mathscr{C}_f)$ في النقطة ذات الفاصلة 0:

ب- لتكن φ الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي

$\varphi(x)=f(x)-(x+1)$.

بين أن : $\forall x\in\mathbb{R} \quad : \quad \varphi'(x)=-\left(\dfrac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$ ؛

و استنتج تغيرات الدالة φ ؛ ثم حدد إشارتها. (أحسب $\varphi(0)$)

جـ- استنتج مما سبق الوضع النسبي للمنحنى $(\mathscr{C}_f)$ و المستقيم (T) .

3. أنشئ $(\mathscr{C}_f)$ و المستقيم (T) و مقاربيه .

تمرين6 (بكالوريا ع ت 2011)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=e^x-ex-1$.

$(\mathscr{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أ - احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

ب - احسب $f'(x)$ ثمّ ادرس إشارتها.

جـ - شكّل جدول تغيرات الدالة f.

2. أ - بيّن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-ex-1$ مقارب مائل للمنحنى $(\mathscr{C}_f)$ بجوار $(-\infty)$.

ب - أكتب معادلة للمستقيم (T) مماس المنحنى $(\mathscr{C}_f)$ في النقطة ذات الفاصلة 0.

جـ - بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل في المجال $]1,75\,;\,1,76[$ حلا وحيدا α.

د - ارسم المستقيمين (Δ) و (T) ثم المنحنى $(\mathscr{C}_f)$ على المجال $]-\infty;2]$.

تمرين7 (بكالوريا أجنبية)

الجزء الأول

g دالة معرفة كما يلي $D_g = R$ $\quad g(x) = e^x - x + 2$

أدرس تغيرات الدالة g

بين أن $g(x) \geq 3$ من أجل كل x من R

الجزء الثاني

f دالة معرفة كما يلي $D_f = R$ $\quad f(x) = e^{-x}(x-1) + x + 1$

وليكن C_f تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

2) بين أن الدالة قابلة للأشتقاق رعلى R

3) بين أنه من أجل كل من R فان $f'(x) = e^{-x} g(x)$

4) استنتج تغيرات الدالة f

5) أحسب النهايات ثم شكل جدول تغيراتها

5) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا αعلى R و ليكن α

- بين أن $e^{\alpha} = \dfrac{1-\alpha}{1+\alpha}$

6) بين أن المنحنى C_f يقبل (Δ) مستقييم مقارب مائل بجوار $+\infty$

- عين الوضع النسبي للمنحنى C_f بالنسبة الى (Δ)

7) بين أن المنحنى C_f يقبل نقطة انعطاف يطلب احداثياتها

- أكتب معادلة المماس عند نقطة الأنعطاف

8) ليكن مستقيم T_m معادلته $y = x + m$

- عين m حتى يكون T_m مماس للمنحنى C_f في نقطة عينها

9) **أنشئ المنحنى C_f والمستقيم (Δ) والمماس T_m**

10) **ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة**

$$(m-1)e^{\alpha} - \alpha + 1 = 0$$

تمرين8 (بكالوريا أجنبية)

I- نذكر أن : $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x} = +\infty$. أثبت أن : $\lim\limits_{x \to +\infty} x e^{-x} = 0$.

II- نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = (x+1)e^{-x}$.

(c)تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O ; \vec{i}, \vec{j})$

1) أ- احسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

ب- ادرس اتجاه تغيّر الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

2) ارسم المنحنى (c).

الأستاذ : بك علي

تمرين9 (بكالوريا 2011 ت ر)

أ) f الدّالة العددية المعرّفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$f(x)=3-\frac{4}{e^x+1}$$

(C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1- ادرس تغيّرات الدّالة f.

2- عيّن المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f) .

3- بيّن أن للمنحنى (C_f) نقطة انعطاف ω يطلب تعيينها ثم اكتب معادلة لمماس (C_f) عندها.

4- لتكن g الدّالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=f(x)-x$.

أ- ادرس تغيرات الدّالة g.

ب- بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $2,7<\alpha<2,8$

5- أ- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $f(x)=0$.

ب- ارسم المماس والمستقيم (Δ) الذي معادلته: $y=x$ والمنحنى (C_f).

تمرين10 (بكالوريا2010 ت ر)

f الدّالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}^*$ بالعبارة: $f(x)=\dfrac{3xe^x-3x-4}{3(e^x-1)}$

ليكن (C_f) منحنى f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. عيّن العددين الحقيقيين a و b بحيث: $f(x)=ax+\dfrac{b}{3(e^x-1)}$ من أجل كلّ x من $\mathbb{R}^*$

2. احسب نهايات الدّالة f عند أطراف مجالات تعريفها.

3. بيّن أنّ f متزايدة تماما على كلّ مجال من مجالي تعريفها ثمّ شكل جدول تغيراتها.

4. أ - (D) و (D') المستقيمان اللذان معادلتاهما على الترتيب: $y=x$ و $y=x+\frac{4}{3}$.

بيّن أنّ (D) و (D') مقاربان للمنحنى (C_f) ، ثمّ حدّد وضعيته بالنسبة لكل منهما.

ب - بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين x_0 و x_1 حيث $0,9<x_0<0,91$

و $-1,66<x_1<-1,65$

جـ - احسب من أجل كلّ عدد حقيقي x غير معدوم $f(x)+f(-x)$.

فسّر النتيجة هندسيا.

د - ارسم (D) و (D') و (C_f) .

هـ - m عدد حقيقي، (D_m) المستقيم المعرّف بالمعادلة $y=x+m$.

ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة: $f(x)=x+m$

5. نعتبر الدّالة g المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يأتي: $g(x)=[f(x)]^2$

ادرس تغيّرات الدّالة g دون حساب $g(x)$ بدلالة x .

تمرين11

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كما يـلـي : $f(x)=x+\dfrac{2e^x-1}{e^x+1}$

و ليكن (C_f) المنحني البياني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب للمعلم متعامد و متجانس $(O;I;J)$

1. بين أن يوجد عددان حقيقيان a و b يحققان:من أجل كل عدد حقيقي x :

$$f(x)=x+2+\frac{a}{e^x+1} \text{ و } f(x)=x-1+\frac{b}{e^{-x}+1}$$

2. أدرس نهايات الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$.
3. ادرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .
4. بين أن المنحني (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (d) و (d') يطلب إعطاء معادلة لكل منهما.
5. بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا واحدا α حيث $-0.29<\alpha<-0.28$
6. أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة إلى كل من (d) و (d').
7. بين أن النقطة $m(0;\frac{1}{2})$ مركز تناظرللمنحني (C_f).
8. أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحني (C_f) في النقطة m.
9. أنشئ كلا من (Δ) و (C_f) .

تمرين12

لتكن الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{(x+1)e^x+x+2}{e^x+1}$.

نسمّي (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ ؛ [وحدة الطول :2cm].

1) بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ و أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$.

2) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\dfrac{e^{2x}+e^x+1}{(e^x+1)^2}$.

3) ادرس تغيّرات f ، ثم شكّل جدول تغيّراتها .

4) برهن أنّ المنحني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $-2\prec\alpha\prec-1$.

5) ا- أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=x+1+\dfrac{1}{e^x+1}$ وأنّ $f(x)=x+2-\dfrac{e^x}{e^x+1}$.

بـ- استنتج أنّ المنحني (C_f) يقبل مستقيمْين مقاربيْن مائليْن (D) و (D') يطلب إعطاء معادلة لكلّ منهما.

جـ- بيّن أنه من أجل كلّ عدد حقيقي x : $f(-x)+f(x)=3$ ، ثمّ فسّر النتيجة هندسيّا.

6) ا- أنشئ المنحني (C_f).

الأستاذ : بك علي

تمرين13

1) لنعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=(ax^2+bx+c)e^{-x}$. حيث a,b,c أعداد حقيقية
C_f الممثل البياني للدالة f في معلم متعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$

المنحني C_f يشمل النقطة $A(0;1)$ و يقبل مماسا موازيا لحامل محور الفواصل في نقطة ذات الفاصلة 1. و لدينا

$f'(0)=-6$

1.عبّر عن f' مشتقة f بدلالة a,b,c.

2.عيّن الأعداد الحقيقية a,b,c.

2) في هذا الجزء نعتبر f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=(x^2-5x+1)e^{-x}$

1. أحسب $f(0)$

2.أحسب نهاية f عند $+\infty$ و $-\infty$.

2. جد الدالة المشتقة f' للدالة f.

3.أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

تمرين14

I) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $f(x)=x-1+\dfrac{4}{e^x+1}$

C_f تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

ادرس تغيرات الدالة f .

بيّن أن C_f يقبل نقطة انعطاف ω واكتب معادلة لمماس C_f عند النقطة ω .

- أثبت أن ω مركز تناظر للمنحني C_f .

احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x-1)]$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x+3)]$.

- استنتج أن C_f يقبل مستقيمين مقاربين يطلب إعطاء معادلة لكل منهما .

بيّن أن C_f يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 من المجال $]-2.77;-2.76[$.

- احسب $f(1)$ و $f(-1)$ (تدوّر النتائج إلى 10^{-2}) ثم ارسم C_f ومستقيميه المقاربين .

II) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $g(x)=-x+3-\dfrac{4}{e^x+1}$

و C_g منحني الدالة g .

بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن $g(x)=f(-x)$.

أنشئ المنحني C_g في نفس المعلم السابق (دون دراسة الدالة g)

الأستاذ : بك علي